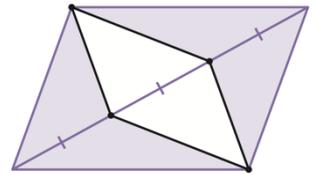


## Глава 1. Четырехугольники и многоугольники

- ☆☆☆ Периметр параллелограмма равен 42 см. Найдите его стороны, если
  - их длины относятся как 2 : 5;
  - одна из них больше другой на 3 см.

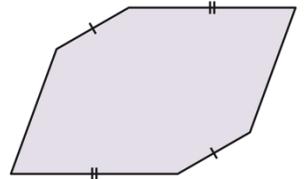
- ☆☆☆ Докажите, что биссектрисы соседних углов параллелограмма перпендикулярны.

- ☆☆☆ Диагональ параллелограмма разделили на три равные части. Докажите, что полученные точки деления и две другие его вершины образуют ещё один параллелограмм.



► задача 3

- ☆☆☆ Две пары противоположных сторон шестиугольника соответственно параллельны и равны. Докажите, что третья пара его противоположных сторон обладает тем же свойством.



► задача 4

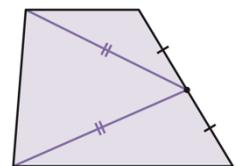
- ☆☆☆ Сторона ромба равна 1, а один его угол равен  $150^\circ$ . Найдите расстояние от точки пересечения.

- ☆☆☆ Середины сторон параллелограмма образуют ромб. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

- ☆☆☆ Боковые стороны трапеции 9 и 12, а основания 30 и 15. Найдите угол, который образуют продолжения боковых сторон трапеции.

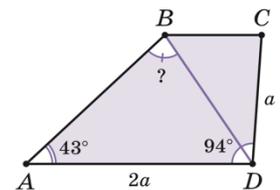
- ☆☆☆ Смежные углы между диагоналями прямоугольника относятся как 1:2. Найдите диагональ, если расстояние от точки пересечения диагоналей до большей стороны прямоугольника равно 5.

- ☆☆☆ Середина боковой стороны трапеции равноудалена от двух противоположных от неё вершин. Докажите, что трапеция прямоугольная.



► задача 9

- ☆☆☆ Угол  $A$  трапеции  $ABCD$  равен  $43^\circ$ , угол  $D$  равен  $94^\circ$ . Боковая сторона  $CD$  трапеции в два раза меньше её основания  $AD$ . Найдите угол  $ABD$ .



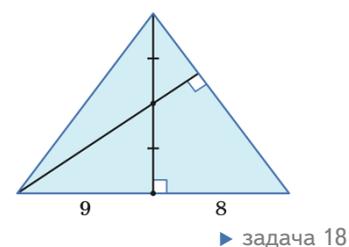
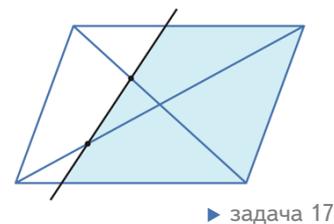
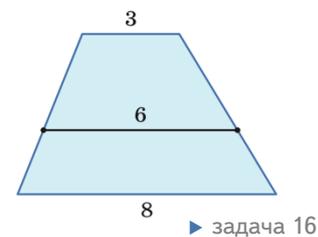
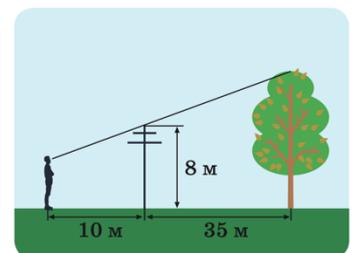
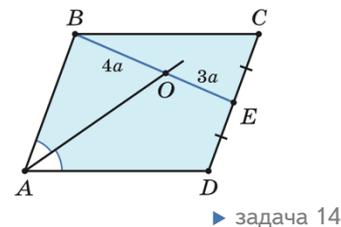
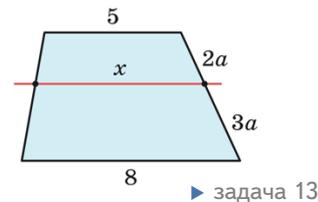
► задача 10

- ☆☆☆ В выпуклом многоугольнике имеется 5 углов по  $140^\circ$  каждый, остальные углы острые. Найдите число сторон этого многоугольника.

- ☆☆☆ В ромб вписан прямоугольник так, что все его вершины лежат на сторонах ромба, причем большая сторона прямоугольника параллельна большей диагонали ромба. Найдите площадь прямоугольника, если его стороны относятся как 1:2, сторона ромба равна  $a$ , острый угол  $60^\circ$ .

## Глава 2. Подобие

13. ★★★ Прямая параллельная основаниям трапеции, делит её боковые стороны в отношении  $2 : 3$ , считая от меньшего основания. Найдите длину отрезка этой прямой внутри трапеции, если длины её оснований равны  $5$  и  $8$ .
14. ★★★ Точка  $E$  — середина стороны  $CD$  параллелограмма  $ABCD$ . Биссектриса угла  $BAD$  параллелограмма пересекает отрезок  $BE$  в точке  $O$ . Найдите отношение сторон параллелограмма, если  $BO : OE = 4 : 3$ .
15. ★★★ Человек ростом  $2$  м, отойдя от телеграфного столба на  $10$  м, заметил, что этот столб «закрыл» верхушку дерева. Найдите высоту дерева, если высота столба равна  $8$  м, а расстояние от столба до дерева равно  $35$  м.
16. ★★★ Основания трапеции равны  $3$  и  $8$ . Отрезок с концами на её боковых сторонах параллелен основаниям и имеет длину  $6$ . В каком отношении его концы делят боковые стороны трапеции?
17. ★★★ Прямая делит одну диагональ параллелограмма в отношении  $1 : 2$ , другую — в отношении  $1 : 3$ . В каком отношении эта прямая делит каждую его сторону?
18. ★★★ Высота треугольника делит его основание на два отрезка с длинами  $8$  и  $9$ . Найдите длину этой высоты, если известно, что другая высота треугольника делит её пополам.

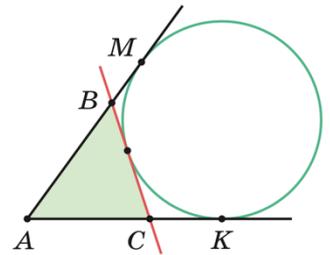


### Глава 3. Площадь. Теорема Пифагора.

19. ★☆☆ В треугольнике  $ABC$  медианы  $AE$  и  $BF$  пересекаются в точке  $O$ . Площадь треугольника  $ABC$  равна  $12 \text{ см}^2$ . Найдите площадь треугольника  $ABO$ .
20. ★☆☆ В треугольниках  $ABC$  и  $MNK$ :  
 $AB/MN = BC/NK = AC/KM = 5/2$ .  
Сумма площадей этих треугольников равна  $58 \text{ см}^2$ .  
Найдите площадь каждого треугольника.
21. ★☆☆ В прямоугольном треугольнике  $ABC$  точка  $O$  – середина медианы  $CH$ , проведенной к гипотенузе  $AB$ ,  $AC = 6$ ,  $BC = 8$ . Найдите площадь треугольника  $OBC$ .
22. ★☆☆ Площадь треугольника  $ABC$  равна  $12 \text{ см}^2$ .  $DE$  — средняя линия ( $D$  на  $AB$ ;  $E$  на  $BC$ ). Найдите площадь трапеции  $ADEC$ .
23. ★★★ В пятиугольнике  $ABCDE$  стороны  $BC$  и  $CD$  параллельны диагоналям  $AD$  и  $BE$  соответственно. Докажите, что треугольники  $ABC$  и  $CDE$  равновелики.
24. ★★★ В треугольнике  $ABC$  на его медиане  $BM$  отмечена точка  $K$  так, что  $BK : KM = 4 : 1$ . Прямая  $AK$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $P$ . Найдите отношение площади треугольника  $ABK$  к площади четырёхугольника  $KPCM$ .

## Глава 4. Окружности

25. ★★★ Окружность касается сторон угла с вершиной  $A$  в точках  $M$  и  $K$ . Касательная к этой окружности пересекает отрезки  $AM$  и  $AK$  в точках  $B$  и  $C$ . Докажите, что периметр треугольника  $ABC$  не зависит от выбора этой касательной.
26. ★★★ Две касающиеся окружности вписаны в угол  $60^\circ$ . Найдите отношение их радиусов.
27. ★★★ Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Найдите радиус этой окружности, если  $AB = 24$ , а центр окружности удален от этой стороны на 5.
28. ★★★ Вокруг окружности описана равнобедренная трапеция, угол при основании которой равен  $30$  градусов. Высота трапеции равна 4. Найдите сумму длин оснований трапеции.
29. ★★★ Продолжения хорд  $AB$  и  $CD$  окружности с диаметром  $AD$  пересекаются под углом  $25^\circ$ . Найдите острый угол между хордами  $AC$  и  $BD$ .
30. ★★★ Две окружности радиусами  $r$  и  $R$  касаются внешним образом. Найти длину их общей внешней касательной.
31. ★★★ Известно, что в трапецию можно вписать окружность. Докажите, что окружности, построенные на боковых сторонах трапеции как на диаметрах, касаются друг друга.
32. ★★★ Внутри квадрата  $ABCD$  выбрана точка  $M$  так, что  $\angle AC = \angle MCD = \alpha$ . Найдите угол  $ABM$ .



## Сложные задачи

33. ★★★ Дан треугольник  $ABC$ . На его сторонах  $AB$  и  $BC$  во внешней области построены квадраты  $ABMN$  и  $BSPQ$ . Докажите, что центры этих квадратов и середины отрезков  $MQ$  и  $AC$  образуют квадрат.
34. ★★★ В треугольнике  $ABC$  высоты  $AA_1$  и  $CC_1$  пересекаются в точке  $H$ . Обозначим основания биссектрис треугольников  $AC_1H$  и  $CA_1H$ , проведённых из точки  $H$ , через  $P$  и  $Q$  соответственно. Наконец, через  $M$  обозначим середину стороны  $AC$ . Докажите, что перпендикуляры, восстановленные в точках  $P$  и  $Q$  к сторонам треугольника  $ABC$ , на которых они лежат, пересекаются на отрезке  $MH$ .
35. ★★★ В трапеции с основаниями  $AD$  и  $BC$  точки  $P$  и  $Q$  — середины диагоналей  $AC$  и  $BD$  соответственно. Докажите, что если  $\angle DAQ = \angle CAB$ , то  $\angle PBA = \angle DBC$ .
36. ★★★ В трапеции  $ABCD$  боковая сторона  $AB$  равна меньшему основанию  $BC$ , а диагональ  $AC$  равна основанию  $AD$ . Прямая, проходящая через вершину  $B$  параллельно  $AC$ , пересекает прямую  $DC$  в точке  $M$ . Докажите, что  $AM$  — биссектриса угла  $BAC$ .