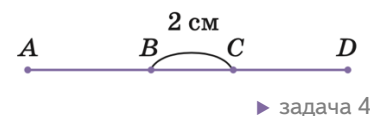
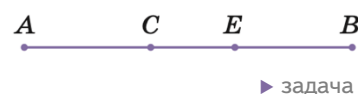


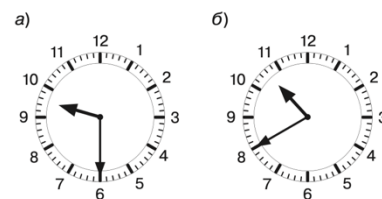
Глава 1. Точки и прямые

- ☆☆☆ На плоскости отметили а) 5; б) 20 точек. Известно, что никакие три из них не лежат на одной прямой. Через каждую пару точек провели прямую. Сколько всего получилось прямых?
- ☆☆☆ Отрезки AB , BC и CE пересекают данную прямую, а их концы не лежат на ней. Пересекает ли эту прямую отрезок AE ?
- ☆☆☆ Длина отрезка AB равна 18 см. Точки C и E лежат на данном отрезке так, что $AC : CB = 3 : 5$, $AE : EB = 5 : 4$. Найдите CE .
- ☆☆☆ Точки A, B, C, D в указанном порядке лежат на одной прямой. Сумма всех отрезков с концами в этих точках равна 10. Найдите AD , если $BC = 2$.

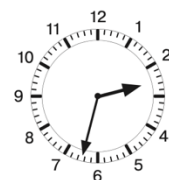


Глава 2. Углы и многоугольники

- ☆☆☆ а) Один из двух смежных углов на 30° больше другого. Найдите величину меньшего из этих углов.
б) Один из двух смежных углов в пять раз больше другого. Найдите величину меньшего из этих углов.
- ☆☆☆ Найдите угол между часовой и минутной стрелками:
а) в 9 часов 30 минут;
б) в 10 часов 40 минут.
- ☆☆☆ Нарисуйте десятиугольник, все стороны которого лежат на пяти прямых.
- ☆☆☆ У многоугольника всего 20 диагоналей. Сколько у него сторон?
- ☆☆☆ В некоторый момент времени Аня измерила угол между часовой и минутной стрелками своих часов. Ровно через один час она снова измерила угол между стрелками. Угол оказался таким же. Каким мог быть этот угол? (Разберите все возможные случаи.)



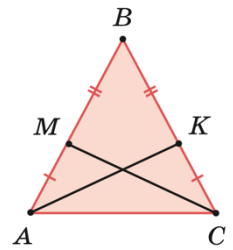
► задача 6



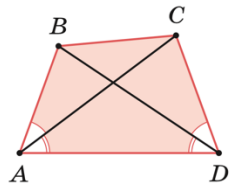
► задача 9

Глава 3. Равенство фигур

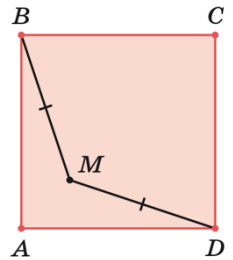
10. ★★★ На сторонах AB и BC треугольника ABC взяли точки M и K так, что $AM = CK$, $BM = BK$. Докажите, что $AK = CM$.
11. ★★★ В четырёхугольнике $ABCD$ диагональ AC является биссектрисой углов A и C . Известно, что $AB = 3$, $CD = 5$. Найдите периметр четырёхугольника $ABCD$.
12. ★★★ В четырёхугольнике $ABCD$ известно, что $\angle BAC = \angle BDC$, $\angle CAD = \angle ADB$. Докажите, что $AB = CD$.
13. ★★★ В квадрате $ABCD$ взяли точку M так, что $BM = DM$. Докажите, что точка M лежит на диагонали квадрата.
14. ★★★ Два равнобедренных треугольника ABC и ADC имеют общее основание AC . Вершины B и D расположены по разные стороны от AC . Точка E лежит на отрезке BD , но не лежит на отрезке AC . Докажите равенство углов EAC и ACE .
15. ★★★ У двух выпуклых четырёхугольников соответственно равны три стороны и два угла между этими сторонами. Докажите, что у них равны и четвёртые стороны.
16. ★★★ Точки M и E лежат по одну сторону от AF и AE и MF пересекаются в точке O . Треугольники AOM и FOE равны, угол AMO равен углу AEF . Периметр треугольника OEF равен 40, $AF = 20$. Найдите периметр AEF .
17. ★★★ Два квадрата имеют общую вершину. Докажите, что отмеченные на рисунке отрезки AB и CE равны.
18. ★★★ В четырёхугольнике $ABCD$ известно, что $AB = BC$, $CD = AD$. Докажите, что прямые AC и BD перпендикулярны.
19. ★★★ Точку M , лежащую внутри острого угла AOB , симметрично отразили относительно его сторон и получили точки M_1 и M_2 (см. рисунок). На отрезок M_1M_2 из точки O опустили перпендикуляр OH . Докажите, что углы AOH и BOH равны.
20. ★★★ На клетчатой бумаге взяли точки A, B, C, D и E так, как это показано на рисунке 12.22. Докажите, что угол ACB равен углу DCE .
21. ★★★ В пятиугольнике $ABCDE$ углы ABC и CDE равны, $AB = ED$, $BC = CD$. Докажите, что равны отрезки AD и BE .



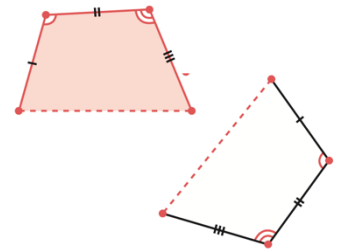
► задача 10



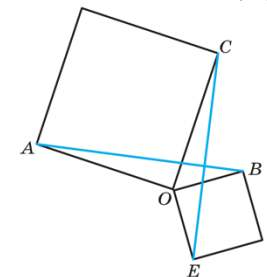
► задача 11



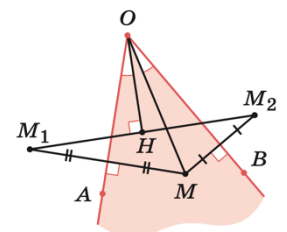
► задача 13



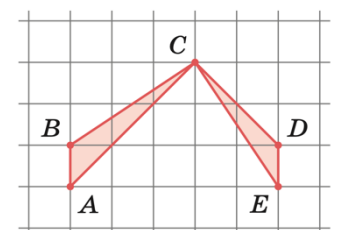
► задача 15



► задача 17



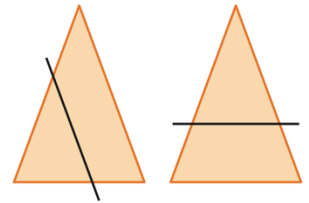
► задача 19



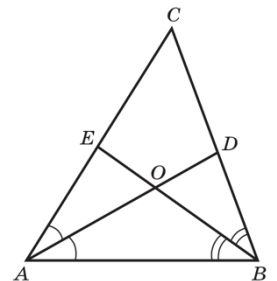
► задача 20

Глава 4. Сумма углов треугольника, углы при параллельных прямых

22. ★★★ Параллельно стороне равнобедренного треугольника провели прямую. Докажите, что она отсекает от него тоже равнобедренный треугольник.
23. ★★★ а) Один из внутренних односторонних углов, образованных при пересечении двух параллельных прямых третьей, на 102° меньше другого. Чему равны эти углы?
б) Один из внутренних односторонних углов, образованных при пересечении двух параллельных прямых третьей, в 3 раза больше другого. Чему равны эти углы?
24. ★★★ В треугольнике ABC $AB = BC$, $\angle B = 80^\circ$. Биссектрисы углов A и C пересекаются в точке M . Найдите угол AMC .
25. ★★★ На сторонах угла A , равного 45° , отмечены точки B и C , а во внутренней области угла — точка D так, что $\angle ABO = 95^\circ$, $\angle ACO = 90^\circ$. Найдите угол BDC .
26. ★★★ Существует ли многоугольник, сумма углов которого равна 900° ?
27. ★★★ Угол между биссектрисой и медианой прямоугольного треугольника, проведёнными из вершины прямого угла, равен 18° . Найдите меньший угол прямоугольного треугольника.
28. ★★★ Острый угол прямоугольного треугольника равен 60° , а гипотенуза равна 72. Найдите отрезки, на которые делит гипотенузу высота, проведённая из вершины прямого угла.
29. ★★★ В треугольнике ABC угол C равен 58° , биссектрисы AD и BE пересекаются в точке O . Найдите угол AOB .
30. ★★★ Один из углов треугольника на 120° больше другого. Докажите, что биссектриса треугольника, проведённая из вершины третьего угла, вдвое длиннее, чем высота, проведённая из той же вершины.
31. ★★★ Внутри треугольника $ABCD$ выбрана точка X такая, что треугольник BCX — равносторонний. Точка Y такова, что треугольник CDY — равносторонний, а точка X лежит внутри его. Докажите, что треугольник AXY — равносторонний.
32. ★★★ Дан выпуклый четырёхугольник $ABCD$. Известно, что $\angle CAD = \angle DBA = 40^\circ$, $\angle CAB = 60^\circ$, $\angle CBD = 20^\circ$. Найдите угол BDC .
33. ★★★ Углы, прилежащие к одной из сторон треугольника, равны 15° и 30° . Какой угол образует с этой стороной проведённая к ней медиана?



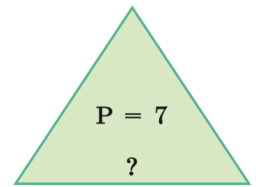
► задача 22



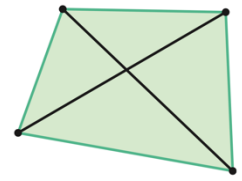
► задача 29

Глава 5. Геометрические неравенства

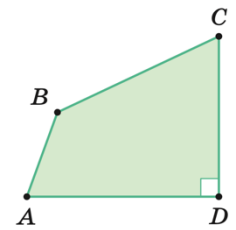
34. ★★★ Найдите длину основания равнобедренного треугольника, если одна его сторона в два раза больше другой, а периметр равен 7 см.
35. ★★★ Докажите, что сумма диагоналей четырёхугольника меньше его периметра.
36. ★★★ В четырёхугольнике $ABCD$ угол D прямой. Докажите, что $CD < AB + BC$.
37. ★★★ Докажите, что отрезок, который соединяет середины противоположных сторон четырёхугольника, меньше половины суммы его диагоналей.
38. ★★★ Точка M — середина гипотенузы AB прямоугольного треугольника ABC , угол B которого равен 30° . На его катете BC выбирают точку K , такую, что $AK + KM = BC$. Докажите, что $MK \perp AB$.



► задача 34



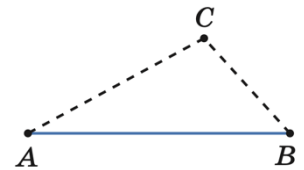
► задача 35



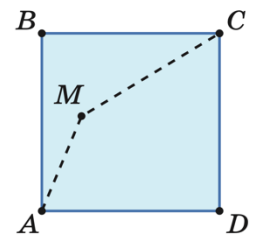
► задача 36

Глава 6. Геометрическое место точек

39. ★★★ Даны две точки A и B . Закрасьте на плоскости все точки C так, чтобы в треугольнике ABC сторона AB была наибольшей.
40. ★★★ В квадрате $ABCD$ закрасьте все такие точки M , что $AM < CM < BC$.



► задача 39



► задача 40