

## Об особенностях изучения алгебры по программе проекта “Математическая вертикаль” в 2020-2021 учебном году

В программе учтены особенности текущего положения дел, в частности, необходимость усиленного повторения после весеннего карантина.

В 2020/2021 году материалы по алгебре проекта "Математическая вертикаль" будут выкладываться в МЭШ в виде методических материалов с теорией и задачами.

Также рекомендуем использовать универсальный многоуровневый сборник задач по алгебре (С. А. Шестаков, И. В. Яценко, в бумажном виде).

В диагностиках будут использоваться те ключевые факты и задачи, которые присутствуют во всех стилях изложения и выложены в МЭШ.

В 8 классе теоретические материалы будут представлены в двух уровнях сложности, сопровождаемых подборкой задач для решения в классе, а также материалами для домашних заданий в текстовом и электронном виде (с возможностью автоматической проверки через сервисы Яндекса, интегрированные с электронным журналом). Задачи будут размечены по уровню сложности (базовый и углублённый).

Дополнительные материалы, в том числе материалы "Математической вертикали" 2019/2020 уч.года, и другие учебные пособия учитель может использовать по своему усмотрению.

**Темы со звёздочкой**, включённые в программу, являются необязательными. Они могут быть использованы для занятий кружка, работы с наиболее сильными школьниками, а также в хорошо успевающих классах. По желанию можно проходить темы со звёздочкой в другом порядке, в том числе брать темы из программы другого класса (например, если их не удалось пройти в своё время).

Часы, обозначенные в программе словом “**Резерв**”, учитель может по своему усмотрению использовать на отработку основного материала или на изучение дополнительных тем. (Кроме того, мы понимаем, что нередко уроки по разным причинам пропадают, и часы резерва могут просто не остаться.)

Одна из особенностей программы 8 класса --- перестановка темы "Линейные и числовые неравенства" в начало года, а темы "Алгебраические дроби" --- во второе полугодие. Мы полагаем, что неравенства полезно пройти в начале и использовать в течение всего курса 8 класса. Это позволит сделать акцент на новом материале прежде чем развивать сложное старое (многочлены, дроби). Надеемся, что накопленный к весне 8 класса опыт позволит ученикам эффективнее разобраться в технически сложных алгебраических дробях.

В том же 8 классе по сравнению с прошлым годом пропали блоки "Гипербола", "Многочлены" и "Модуль". Разговор про гиперболу предполагается в конце 8 класса в блоке "Функции", деление многочленов уголком (кратко) обсуждается в блоке "Алгебраические дроби". Про тему “Модуль” в курсе 7-9 сказано отдельно ниже.

В 9 классе для экономии времени в осеннее повторение почти не включена тема "Функции и графики". Предлагаем лишь очень кратко повторить графики стандартных функций ( $y=x^2$ ,

линейная,  $y=k/x$ ,  $y=\sqrt{x}$ ). Повторение основных понятий, связанных с графиками, продолжается в теме "Квадратичная функция", следующей сразу за повторением. А сложный материал конца 8 класса (из темы "Функции и графики"), который во многих школах не удалось качественно пройти из-за карантина, предлагаем оставить до лучших времён. Осенью 2020 года в диагностику по итогам 8 класса последний блок программы 8 класса включён не будет.

В конце 9 класса выделено время для итогового повторения курса и подготовки к ОГЭ. По возможности, резервные часы, выделенные в течение курса, можно использовать для тех же целей.

Тема "Логика" включена в первый (сентябрьский) блок в каждом из трёх классов. В том числе мы считаем важным в начале 9 класса поговорить о логических связях между утверждениями (следствии и равносильности). В процессе решения уравнений, неравенств и систем придётся постоянно получать следствия и выполнять равносильные переходы, и важно уметь не просто писать одно уравнение под другим, но и осознавать логическую связь между ними.

Тема "Модуль" проходит в несколько этапов:

- в начале 7 класса: повторяется (или осваивается) понятие модуля числа, решаются задачи на вычисление значений числовых выражений, в которых присутствует знак модуля;
- дальше в 7 классе: 1 урок про уравнения с модулем типа  $|x|=2$  и  $|x-7|=3$ , с акцентом на геометрической интерпретации;
- в конце 7 класса: знакомство с графиком функции модуль как примером кусочно-линейной функции;
- в начале 8 класса: обсуждение геометрического смысла модуля, решение несложных уравнений с помощью геометрической интерпретации;
- в 8 классе в блоке "Неравенства" --- использование геометрической интерпретации для решения неравенств с модулем;
- в конце 8 класса в блоке "Функции" --- снова обсуждается график модуля, а также график функции вида  $y=\pm|x-a|+b$ ;
- в течение 9 класса в рамках изучения уравнений, неравенств и систем решаются соответствующие задачи с модулем.

В целом, акцент в этой теме на протяжении всех трёх лет хочется делать на изучении геометрического смысла модуля и умении применять это понятие в математических рассуждениях, а не на преобразовании громоздких выражений и не на исследовании большого числа искусственных случаев.

Задачи с параметром впервые встречаются в конце 7 класса в темах "Линейная функция" и "Системы линейных уравнений". Также мы предлагаем в середине 7 класса необязательную тему --- знакомство с параметрами на примере текстовых задач.

Везде в программе "Математической вертикали" при упоминании задач с параметром речь идёт о простейших задачах, НЕ предполагающих сложный анализ ситуации, рассмотрение случаев или учёт ОДЗ. Акцент на освоении понятия "параметр", умении прочесть условие задачи с параметром и применить основные навыки решения уравнений, неравенств и систем.

Примеры задач:

1. При каких значениях параметра  $p$  число  $x=4$  является корнем уравнения  $px + 12/x = x^3 - 1$ .
2. То же, что пункт 1, но с неравенством или системой.
3. При каких значениях параметра  $p$  уравнение  $px+4=6x$  не имеет корней?
4. При каких значениях параметра  $p$  уравнение  $2x^2-8x+p=0$  имеет а) ровно один корень? б) имеет ровно 2 корня?
5. При каких значениях параметра  $p$  график функции  $y=2x^2+p$  проходит через точку  $A(1;2)$ ?

6. При каких значениях параметра  $k$  прямая  $y=kx-3$  параллельна прямой  $y=-x$ ?

7. Постройте график функции  $y=kx-3$  при  $k=2$ ;  $0$ ;  $-2$ . Существует ли точка, которая принадлежит всем прямым вида  $y=kx-3$ ?

В качестве задач со звёздочкой, а также на кружке, могут рассматриваться и более сложные задачи с параметром. Но для массового обязательного освоения мы рекомендуем по этой теме лишь простейшие задачи.

В программу "Математической вертикали" 7 и 8 классов включены две новые важные темы: "Арифметика остатков" и "Теория графов". В программу 9 класса эти темы не вошли, но при желании и возможности учитель может коснуться этих тем и в 9 классе --- на уроках или на кружке.

Тема "Арифметика остатков" обязательна для очень краткого ознакомления на основных уроках. Более глубокое изучение этой темы мы рекомендуем провести на кружке.

Тема "Теория графов" включена в программу по статистике, но может быть пройдена на других предметах математического цикла, в том числе на кружке. Важно, чтобы материал был пройден всеми учениками, задачи по теории графов будут включены в диагностику.

Также в программу 7 класса включены несколько уроков по теме "Множества". Это первый, не слишком формальный разговор. Его важно провести, поскольку дальше будут постоянно встречаться примеры множеств -- множество корней уравнения, множество решений неравенства или системы, область определения и множество значений функции, геометрические места точек в геометрии, выборки в статистике, множества исходов в теории вероятностей. Более аккуратный разговор о множествах и операциях над ними запланирован в программе 8 класса на статистике и теории вероятностей.